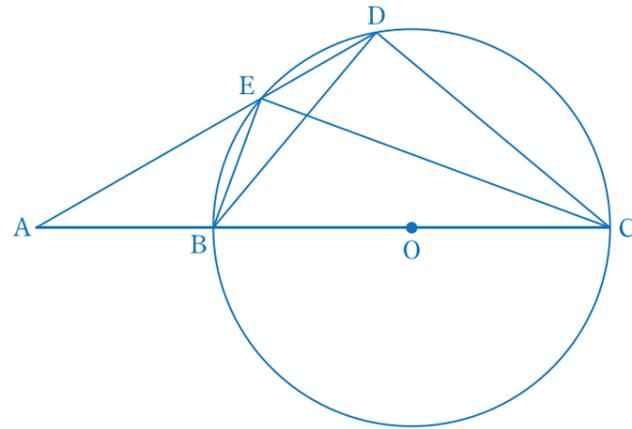


チャレンジ問題

3 下の図のように、点 O を中心とする円 O とその外部の点 A がある。直線 AO と円 O との交点のうち、点 A に近い方を点 B 、もう一方を点 C とする。円 O の円周上に、2 点 B, C と異なる点 D を、線分 AD と円 O が点 D 以外の点でも交わるようにとり、その交点を点 E とする。また、点 B と点 D 、点 B と点 E 、点 C と点 D 、点 C と点 E をそれぞれ結ぶ。
このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。



(1) 次の , に入る最も適当なものを、選択肢のア~エのうちからそれぞれ1つずつ選び、符号で答えなさい。また、 に入る最も適当な数を書きなさい。

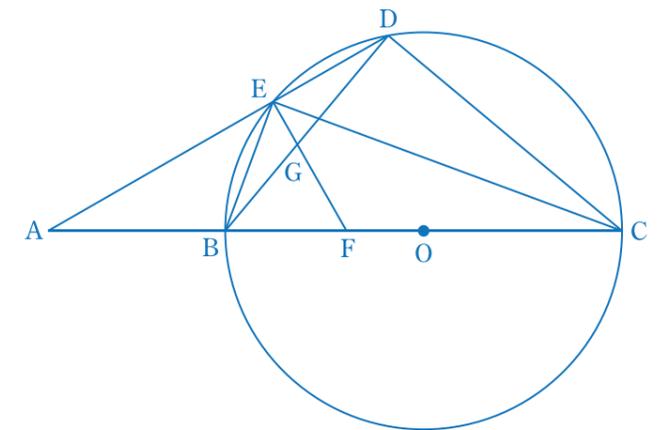
と は半円の弧に対する円周角だから、いずれも 度である。

選択肢
 ア $\angle EBC$ イ $\angle BEC$ ウ $\angle DCB$ エ $\angle BDC$

(2) $\triangle ABE \sim \triangle ADC$ となることを証明しなさい。
ただし、(1)の のことがらについては、用いてもかまわないものとする。



(3) 点 E を通る線分 AD の垂線と線分 AC との交点を点 F とし、線分 EF と線分 BD の交点を点 G とする。 $EG = 1 \text{ cm}$, $GF = 2 \text{ cm}$, $\angle A = 30^\circ$ であるとき、線分 AB の長さを求めなさい。



兵庫県公立高入試の学力検査までひと月を切りました。準備は順調に進んでいるでしょうか。入試本番前の「チャレンジ問題」はこれが最後となり、今回は3月13日に、その前日の兵庫県学力検査問題から「ピックアップ」を掲載する予定です（ただし、取り立てて解説するようなものがないと判断した場合は、ピックアップしないかもしれません）。

さて、前頁の問題は 2023 年度入学者向け千葉県公立高校入試の数学問題の一つですが、この設問(3)が巷間「解けた中学生はいるの?」と言われるくらいの難問とされているようです。事実、後日千葉県教委から公表された学力検査結果の統計では、**全受検者およそ 35,000 名のうち、設問(3)に正答した生徒は一人もいませんでした。**

しかし、設問を見てみると、解くのに何も特殊な知識や技術は必要なく、この手の問題の解法の鉄則に粛々としたがえば解けない問題ではありません。おそらく、時間が足りないためこの設問への解答を放棄した生徒も少なからずいたのではないかと推測します。ここでは、時間を気にせずじっくり考えてみましょう。設問(1)と(2)は下に正答例を示します。

ところで、兵庫県入試では設問(2)のような「すべてを書かせる証明問題」は出題されませんが、証明を自分の手で終始論理的に記述できるという能力は、上位国公立大学の理系・文系受験者、あるいは最上位私立大学の理系学部受験者には必須のものとなります。それらを目指す可能性のある生徒は、今のうちからその訓練をしておいたほうがよいでしょう。

(1) [正答例]

(a), (b): **イ, エ** (順不同) (c): 90

(2) [正答例]

△ABE と △ADC において:

$\angle BAE = \angle DAC$ (∠A で共通だから) . . . ①

∠ABE は △BEC の外角の一つだから、

$\angle ABE = \angle BCE + \angle BEC$

(1)より、∠BEC = 90° だから、これは結局

$\angle ABE = \angle BCE + 90^\circ$. . . ②

$\angle ADC = \angle BED + \angle BDC$

(1)より、∠BDC = 90° だから、これは結局

$\angle ADC = \angle BED + 90^\circ$. . . ③

∠BCE と ∠BED は 同じ弧に対する円周角だから、

$\angle BCE = \angle BED$

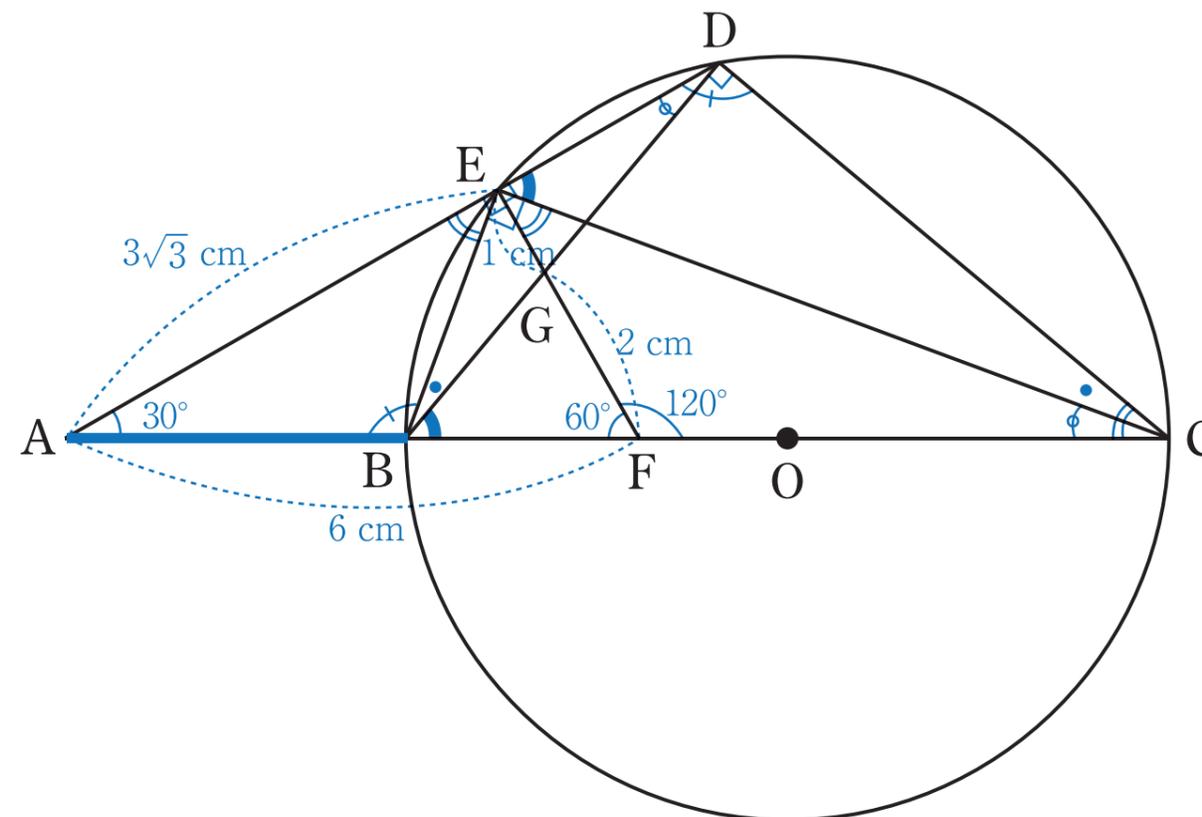
これと、②と③より、

$\angle ABE = \angle ADC$. . . ④

①と④より、2組の内角がそれぞれ等しいから、

△ABE ∽ △ADC である。

(3) **ファースト・ステップ: できるだけ大きく図を描きなおし**, これまでわかっている情報とそれらからわかるあらゆることどもを**すべて描き込んで**いきます。根拠なく最初から当て推量で“あたり”をつけ、描き込みを恣意的に取捨選択しては絶対にいけません。すべて描き込むのです。また、問題冊子に印刷された既存の図で済ませようとする横着も絶対 N/G です。下図では、わかる内角についてまだ描き込みが足りません*。どこでしょう (対頂角ではありません)。



セカンド・ステップ: 図にあらゆる情報を描き込んだら、i) **相似 (合同を含む) な図形** どうしがないか探してみる, ii) **どこかに補助線を引いてみる** ことなどを考えます。補助線を引く場合は、粘って考えてあたりをつけてみるなんてことをしてはいけません (答えがわからない問題なのだから、そもそもあたりをつけることなど無理です)。時間がなくなります。とりあえず次々と描いてみます。これらの一方、もしくは両方が適用できれば、そのあとは「**辺の長さの比**」で解答に行きつく場合が多いです。

千葉県教委による正答例が公開されています (解答のみ)。また、この設問の解説を扱ったウェブサイトや動画などが検索で見つかるので、さんざん考えたあと、解答にたどり着いてもたどり着かなくても、それらを参考にしてください。

それでは、兵庫県入試で実力を存分に発揮できることを祈ります!