

# チャレンジ問題

5 図1のように、 $\angle ABC$ が鋭角、 $AB = 3\text{ cm}$ 、辺BCを底辺としたときの高さが $\sqrt{5}\text{ cm}$ の平行四辺形ABCDがあり、 $\angle ABE = \angle CBE$ 、 $\angle BCE = \angle DCF$ となるように、辺AD上に2点E、Fをとると、線分BEと線分CFは点Gで交わり、 $EF = 1\text{ cm}$ となった。

次の問い合わせに答えてください。

- (1)  $\triangle BCG \sim \triangle EFG$  を次のように証明した。 i,  ii にあてはまるものを、あとのア～カからそれぞれ1つ選んで、その符号を書き、この証明を完成させなさい。

<証明>

$\triangle BCG$  と  $\triangle EFG$ において、

i は等しいから、 $\angle BGC = \angle EGF$  .....①

平行線の錯角は等しいので、 $AD \parallel BC$  から、 $\angle CBG = \angle$   ii .....②

①、②より、2組の角がそれぞれ等しいから、 $\triangle BCG \sim \triangle EFG$

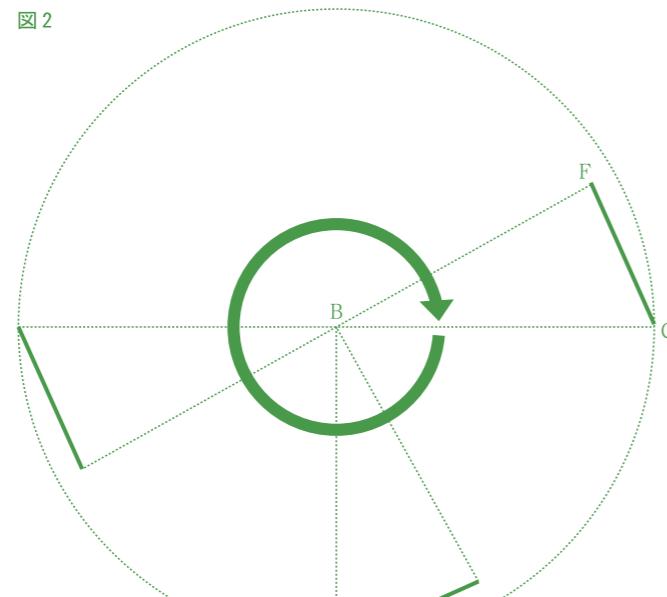
ア 中心角 エ EFG	イ 同位角 オ FEG	ウ 対頂角 カ GED
----------------	----------------	----------------

- (2) 線分AFの長さは何cmか、求めなさい。

- (3) 線分FGの長さは何cmか、求めなさい。

- (4) 図2のように、点Bを回転の中心として、時計まわりに $\triangle BCF$ を回転させ、線分CFが通過した部分を塗りつぶしていく。1回転したとき、塗りつぶされた部分の面積は何 $\text{cm}^2$ か、求めなさい。ただし、円周率は $\pi$ とする。

図2



— 5 —

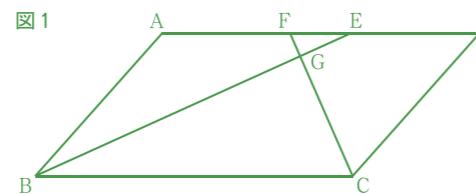


図1

この方針で解いていきます。

図イは問題冊子の図1です（スタート）。ここにまず、問題文の前提条件となっている事柄のみを加えたのが図ロです。

さらに、これらからわかるあらゆることを次々と書き込んでいきます。またさらに、それからわかるあらゆることを次々と書き込んでいきます。またまたさらに、……。その結果が図ハです。口を酸っぱくして言っていますが、この際に「これは問題に関係ありそう。こっちは関係なさそうだからいいや」と勝手な決めつけで書き込みを取捨選択しては絶対にいけません。判明するあらゆることどもを書き込んでください。仮に問題に本当に関係なかったとしても、それは単なる結果論です。そもそも、そんなことが最初から的確に見極められる人がいるとすれば、どんな問題でも瞬時に解けてしまうような人です。できるだけ大きな図を自分で描きなおすように言っているのは、あらゆることを書き込むと、図ハのようにごちゃごちゃして間違いのもととなるからです。

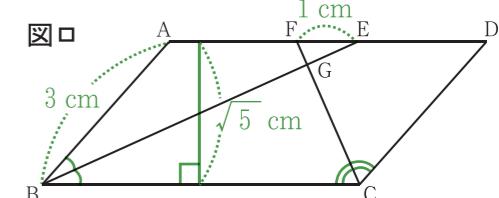
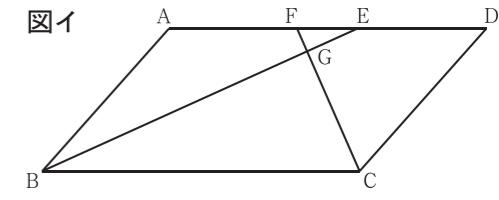
果たして、問い合わせ(2)の答えがすでに出ています。また、線分CFの長さが出てるので、問い合わせ(1)で証明されたことにより、問い合わせ(3)の答えを求めることができると思います。

最後に問い合わせ(4)についてですが、面積を求める部分は図ニのようなドーナツ型になることはわかると思います。ドーナツの内側の空洞の円周部分は、線分CFのうち円の中心Bにいちばん近い点が通過するはずです。ここで、勝手な決めつけ・思い込みが発生します。中心Bに最も近い点はFではありませんよ。それはこの問題の引っかけポイントなので、そのまま引っかかってはいけません。

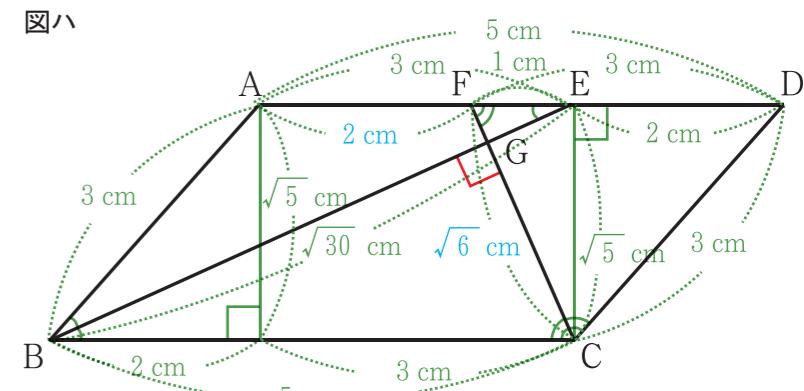
図ホを見てください。①～④の線分のうち、最も短いものはどれですか？という問題です。その線分が線分CFと交わる点が線分CF上で最もBに近い点、すなわち、ドーナツの内側の円周を描くことになります。

線分②であることがわかります。垂直であるものが一番短いです。

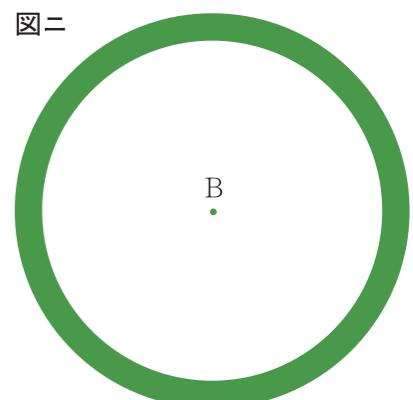
ここで図ハに戻ってください。単に「点Gやん」ということではないです。「何となく直角に見えるから」というのは絶対にいけません。問い合わせ(3)と同様であるため線分BGの長さは出せるでしょうが、 $\angle BGC$ が直角になる理由も考えてください。



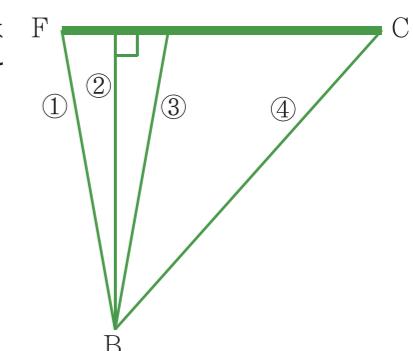
図ハ



図ニ



図ホ



今年の兵庫県入試・数学の問題5です。毎度言っている通り：

[I] 大きな図を必ず自分で描きなして、判明したことを次々と書き・描きこんでいく

[II] 前の問い合わせのその誘導・ヒントになっている（場合が非常に多い）ことを考える